Goethe und die Mathematik als Kulturfaktoren

Mathematisches Denken im Sinne von Goethe und Steiner als Grundlage der individuellen Autonomie des Menschen sowie des Ideenrealismus

RENATUS ZIEGLER

EINFÜHRUNG

Goethe und die Mathematik in der heutigen Kultur

Goethes Bildungswert für die heutige Zeit ist im Grossen und Ganzen unbestritten. Seine Stellung im Bildungskanon des ausgehenden 20. Jahrhunderts wird noch nicht grundsätzlich in Zweifel gezogen. Man liest und studiert Goethes Werke als historische Zeugnisse, um einen bedeutenden Geist an der Wende vom 18. zum 19. Jahrhundert kennen zu lernen. Darüber hinaus soll die individuelle menschliche Seele durch diese Auseinandersetzung fruchtbare Anregung für ihr eigenes Innenleben erhalten.

Dagegen ist Goethe, abgesehen von Jubiläumsveranstaltungen, im aktuellen Kulturleben sowie in den gegenwärtigen Wissenschaften so gut wie nicht präsent. Für die Naturwissenschaften und die Philosophie ist das offensichtlich: Goethe wird kaum als Naturwissenschaftler ernst genommen, geschweige denn als Wissenschaftsphilosoph (einige Ausnahmen werden in den Aufsätzen dieses Bandes dokumentiert). Bei den traditionellen Geisteswissenschaften ist es kaum anders: Goethe ist zwar Objekt philologischer und geistesgeschichtlicher Studien – seine eigenen Methoden und Forschungsinhalte spielen in diesem Bereich bestenfalls eine historische, sicher jedoch keine grundlegende Rolle.

Mit der Mathematik verhält es sich umgekehrt wie mit Goethe: Sie ist von weitreichender praktischer und theoretischer Bedeutung für alle Aspekte der modernen Zivilisation. Es gibt heute keine wissenschaftlich-technische Errungenschaft mehr, die sich nicht in dieser oder jener Weise tiefgehender mathematischer Methoden bedient. Der Unterricht auf allen Stufen, von der Grundschule bis zum Fachhochschul- und Universitätsstudium sowie die Wertschätzung der Mathematik orientieren sich weitgehend an diesem praktischen Nutzen. Dagegen ist die Kultur des mathematischen Denkens und Vorstellens als Bildungsinhalt von eigenem Wert – frei von jeglicher Bindung an Nützlichkeit – wenig verbreitet. Eine Pflege des mathematischen Denkens im Sinne einer Um- und Höherbildung des menschlichen Geistes findet kaum mehr statt – und der Verlust wird nicht bemerkt. In den Aufsätzen dieses Bandes wird auf mannigfache Weise dokumentiert, was es bedeutet, Goethes Ideen in die konkrete Wissenschaftspraxis einzubringen, welch' eine Erweiterung und Vertiefung verschiedenster naturwissenschaftlicher Gebiete möglich ist durch eine Auseinandersetzung mit den nach wie vor aktuellen Goethe'schen Gedanken und methodischen Gesichtspunkten. Daran wird deutlich, wie eine *menschengemässe*, den Menschen als eigengesetzliche Tatsache ernst nehmende Wissenschaft auf Goethes Beiträge nicht verzichten kann.

So wie man zur Auffassung kommen kann, dass die zunehmende Entfremdung des inneren Selbstverständnisses des individuellen Menschen (seine seelische Eigenart und seine intellektuelle Autonomie) von den Behauptungen der Naturwissenschaft über das Wesen des Menschen (genetische Determination, neurophysiologische Abhängigkeit des Denkens) mit einer Vernachlässigung Goethe'scher Ideen zusammenhängt, so kann man zur Überzeugung kommen, dass die zunehmende, sich immer mehr verselbständigende Technisierung und damit die Entmenschlichung des wissenschaftlichen und privaten Alltags einen Zusammenhang mit der rein nützlichkeitsorientierten Umgangsweise mit der Mathematik hat.

Philosophie der Mathematik

Die Philosophie der Mathematik scheint eine schwer zugängliche, nur für Fachleute, bestenfalls für Mathematiker, Logiker und Wissenschaftstheoretiker interessante und bedeutsame Disziplin zu sein. Es scheint von ihr kaum ein Beitrag für eine Vertiefung der Philosophie im allgemeinen und noch viel weniger für das Verständnis des Menschen, des menschlichen Lebens und dessen Sinn, zu erwarten zu sein. Im vorliegenden Beitrag möchte ich das Gegenteil dieser Auffassung vertreten: die Resultate der hier in Anknüpfung an Goethe dargelegten Philosophie der Mathematik haben fundamentale Konsequenzen für die Auffassung des Denkens, Erkennens und der Wissenschaft sowie für die philosophische Anthropologie, insbesondere für das Problem der Freiheit des Menschen.

Die Mathematik gehört unbestreitbar zu den notwendigen Bedingungen der modernen Zivilisation. Es gibt fast keinen Lebensbereich mehr, in welchem die Mathematik nicht vermittels der wissenschaftlichen und technischen Errungenschaften eine mehr oder weniger bedeutsame Rolle spielt. Sogar bis in den Alltag universitärer Geisteswissenschaften beansprucht sie einen immer grösseren Platz.[1] Charakteristisch dafür ist, dass mathematische Begriffe auf ausserhalb der Mathematik gelegene Bereiche *angewendet* werden, ohne dass man sich in jedem Falle über die tiefere Natur der Mathematik detailliert Rechenschaft ablegt oder ablegen muss.

Gerade weil die Mathematik zu einem fast alles durchdringenden Instrument des wissenschaftlich-technischen Fortschrittes geworden ist, ist eine Besinnung auf ihre innere Natur, auf ihre Möglichkeiten und Grenzen, eine Notwendigkeit der Zeit. Es stellt sich deshalb die für das aktuelle Kulturleben bedeutsame Frage, ob es bisher wenig berücksichtigte Weisen des Umgangs mit der Mathematik gibt, die neben der Ausgestaltung der reinen Mathematik sowie der Erweiterung des Anwendungsbereiches mathematischer Modelle gepflegt werden können. Die Mathematik dient – und diente bisher – weitgehend dem privaten oder institutionellen Erkenntnisgewinn, oder sie wird erlernt

1 Dies wird an mannigfachen Einzelheiten belegt in [4].

als unabdingbarer Wissens- bzw. Verfügungsinhalt zur Bewältigung der Erfordernisse des modernen Berufs- und Alltagslebens; schliesslich wird sie vor allem als Instrument des zivilisatorischen Fortschritts, insbesondere zur Optimierung der Qualität, der Effizienz, der Bequemlichkeit und einer Steigerung des Genusses in der Freizeitgestaltung, eingesetzt. Die Tendenzen zur blossen Ausschlachtung der Mathematik zeigen sich heute schon in vielen Berufsausbildungen, wo kaum noch auf *mathematische Sachkompetenz*, umso mehr aber auf die Handhabung fertiger Programmpakete für den Einsatz eines Computers Wert gelegt wird. Falls die Mathematik nicht nur brauchbar sein soll, sondern ihr eine reale Bedeutung für die Vertiefung der *Kultur* und der *Bildung* des Menschen zukommen soll, muss noch nach anderen Wegen der Pflege der Mathematik gesucht werden.

Zur Darstellung eines solchen ungewohnten Zugangs zur Mathematik soll an Goethe angeknüpft werden, dem gerade die Bildung des Menschen ein besonderes Anliegen war.[2] Diese Anknüpfung dient allerdings nur als Ausgangspunkt einer Untersuchung, die an sich davon unabhängig ist.

GOETHES VERHÄLTNIS ZUR MATHEMATIK: UMFASSEND UND VIELSCHICHTIG

Die mathematische Methode

Mathematiker sind für Goethe neben den sich nur mit reiner Mathematik beschäftigenden Forschern alle Naturwissenschaftler, die sich mathematischer Begriffe bedienen.[3] Für ein tieferes Verständnis von Goethes Haltung zur Mathematik muss man insbesondere den Unterschied von Mathematik und mathematischer Methode ins Auge

2 Für eine traditionelle Perspektive zur Mathematik, die wesentlich von der hier dargestellten abweicht, siehe zum Beispiel [2].

3 Eine umfassende Analyse von Goethes Verhältnis zur Mathematik findet sich in [17]. Dort wird auch alle relevante Sekundärliteratur bis 1992 angeführt; siehe dazu auch [5, Kap. II.12].

zu fassen.[4] Die erstere beschäftigt sich mit *mathematischen Inhalten*, mit mathematischen Objekten und Gebilden, wie etwa Zahlen oder Polyeder. Die mathematische Methode dagegen ist ein methodisches Prinzip zur Bearbeitung von Gedankeninhalten, die unabhängig ist von mathematischen Inhalten; sie orientiert sich insbesondere an der Klarheit und Überschaubarkeit mathematischer Gedankenfolgen.

Die ausführlichste Würdigung der mathematischen Methode durch Goethe findet sich in dem 1792 verfassten und 1823 publizierten Aufsatz *Der Versuch als Vermittler von Objekt und Subjekt*. Die Übersendung der ersten Fassung dieses Aufsatzes an Schiller leitet eine äusserst fruchtbare Periode der Beschäftigung Goethes mit der Farbenlehre ein.

In einem am 17. Januar 1798 an Schiller gesandten kurzen Aufsatz über *Das reine Phänomen* schwingt sich Goethe zu einer klaren Definition verschiedener Stufen von Phänomenen, und, damit zusammenhängend, entsprechenden Anschauungsformen auf. Es handelt sich um einen ersten Ansatz, den grundlegenden Begriff des Urphänomens zu erfassen. Er erscheint hier unter den Bezeichnungen «reines Phänomen» oder «konstantes Phänomen».

Was wir also von unserer Arbeit vorzuweisen hätten, wäre:

1. *Das empirische Phänomen,*
   das jeder Mensch in der Natur gewahr wird, und das nachher
2. *zum wissenschaftlichen Phänomen*
   durch Versuche erhoben wird, indem man es unter andern Umständen und Bedingungen als es zuerst bekannt gewesen, und in einer mehr oder weniger glücklichen Folge darstellt.
3. *Das reine Phänomen*
   steht nun zuletzt als Resultat aller Erfahrungen und Versuche da. Es kann niemals isoliert sein, sondern es zeigt sich in einer stetigen Folge der Erscheinungen. Um es darzustellen, bestimmt der menschliche Geist das empirisch Wankende, schließt das Zufällige aus, sondert das Unreine, entwickelt das Verworrene, ja entdeckt das Unbekannte. [LA 13, S. 306ff.]

4 Diese Unterscheidung führte in diesem Zusammenhang erstmals Steiner 1887 ein.

Es ist also die Hauptaufgabe jedes Naturforschers, das «reine Phänomen» mittels des «wissenschaftlichen Phänomens» aus dem «empirischen Phänomen» herauszuarbeiten, indem er durch die «Vermannigfaltigung eines jeden einzelnen Versuchs» sich zur Überschau einer ganzen «Reihe von Versuchen» aufschwingt, die «gleichsam nur einen Versuch ausmachen, nur *eine* Erfahrung» unter den mannigfaltigsten Ansichten darstellen.

Eine solche Erfahrung, die aus mehreren anderen besteht, ist offenbar von einer *höhern* Art. Sie stellt die Formel vor, unter welcher unzählige einzelne Rechnungsexempel ausgedruckt werden. Auf solche Erfahrungen der höheren Art los zu arbeiten halt' ich für die Pflicht des Naturforschers, und dahin weist uns das Exempel der vorzüglichsten Männer, die in diesem Fache gearbeitet haben und diese Bedächtlichkeit, nur das Nächste ans Nächste zur reihen oder vielmehr das Nächste aus dem Nächsten zu folgern, haben wir von den Mathematikern zu lernen, und selbst da, wo wir uns an keine Rechnung wagen, müssen wir immer so zu Werke gehen, als wenn wir dem strengsten Geometer Rechenschaft zu geben schuldig wären.

Denn eigentlich ist es die mathematische Methode, welche wegen ihrer Bedächtlichkeit und Reinheit gleich jeden Sprung in der Assertion offenbart, und ihre Beweise sind eigentlich nur umständliche Ausführungen, daß dasjenige, was in Verbindung vorgebracht wird, schon in seinen einfachen Teilen und in seiner ganzen Folge dagewesen, in seinem ganzen Umfang übersehen und unter allen Bedingungen richtig und unumstößlich erfunden worden. [...]

Wem es dagegen zu tun ist, mit sich selbst und andern redlich zu Werke zu gehen, der wird durch die sorgfältigste Ausbildung einzelner Versuche die Erfahrungen der höheren Art auszubilden suchen. Diese lassen sich durch kurze und faßliche Sätze aussprechen, neben einander stellen und je mehr ihrer ausgebildet worden, können sie geordnet und in ein solches Verhältnis gebracht werden, daß sie so gut als mathematische Sätze entweder einzeln oder zusammengenommen unerschütterlich stehen. Die *Elemente* dieser Erfahrungen der höheren Art, welches viele einzelne Versuche sind, können alsdann von jedem untersucht und geprüft werden, und es ist nicht schwer zu beurteilen, ob die vielen einzelnen Teile durch einen allgemeinen Satz ausgesprochen werden können? denn hier findet keine Willkür statt. [LA I 3, S. 293 f.]

Aus diesem 1792 konzipierten und erst 1823 publizierten Aufsatz *Der Versuch als Vermittler von Objekt und Subjekt* geht hervor, dass die mathematische Methode insbesondere geeignet ist, mit «Erfahrungen der höhern Art» umzugehen, das heisst die Urphänomene in ihrem gegenseitigen Verhältnis und in ihrer Beziehung zur Mannigfaltigkeit der Erscheinungen ins Einzelne gehend durchzuarbeiten. In diesem Sinne ist die Beschäftigung mit der reinen Mathematik eine sachgemässe Vorbereitung für den der physischen Welt zugewandten Wissenschaftler im Goethe'schen Sinne.

Während seiner Teilnahme an der Campagne in Frankreich im Jahre 1792 und der Belagerung von Mainz im Juli 1793 beschäftigt sich Goethe ausgedehnt mit der Farbenlehre. Neben vielen Beobachtungen und sich daran anschliessenden Versuchen widmet er sich auch mehr systematischen und prinzipiellen Fragen. So diktiert er im Lager bei Marienborn am 21. Juli 1793 den Aufsatz *Einige allgemeine chromatische Sätze* in denen er vor allem «Vorschläge wie man sich in die vorzunehmenden Arbeiten teilen könne» macht.

Der größte Vorteil, der aus einer gemeinsamen Bearbeitung einer so weit verbreiteten Wissenschaft entspringen könne, ist außer der Vollständigkeit auch der, daß keine einseitige Behandlungs-Art das Übergewicht gewinnen und die übrigen, die ebensoviel Recht haben, wo nicht ausschließen, doch wenigstens genieren dürfe. [LA I 3, S. 131]

Die auf das Ganze gehende, möglichst alles umgreifende Betrachtungsweise Goethes erlaubt es ihm, jedem Gesichtspunkt seinen ihm zukommenden Bereich zuzuweisen. Jeder dieser Bereiche hat seine ihm zugehörigen Objekte und Methoden, die klar voneinander geschieden und in ihrem gegenseitigen Verhältnis durchleuchtet werden müssen. Neben den Aufgaben des Chemikers, Physikers, Mechanikers, Naturhistorikers, Malers, Historikers und schliesslich des Kritikers wird (nach dem Physiker) auch dem Mathematiker sein Bereich zugewiesen.

Der Mathematiker
wird dem Physiker beistehen, er wird die Methode prüfen, nach welcher die Versuche geordnet sind, er wird dieses nach den allgemeinen Grundsätzen des Denkens tun und scharf bemerken, ob von dem Einfachen zu dem Zusam-

mengesetzten fortgeschritten worden, ob in dem Vortrag keine Lücken zu bemerken und ob das, was als Resultat angegeben wird, auch wirklich aus dem Erfahrenen folgt. [ebenda, S. 133]

Die vornehmste Aufgabe des Mathematikers ist also, nach Goethe, den Gedankengang des Physikers auf seine innere Folgerichtigkeit und methodische Konsequenz hin zu untersuchen. Erst danach kann er sich der Aufgabe zuwenden, die ihm als angewandter Mathematiker zukommt: «Er wird sodann in die Sache hineingehen und alles, was Zahl und Maß unterworfen ist, so rein und einfach als möglich durcharbeiten.» [ebenda]

Einer quantitativen Betrachtung hat immer erst eine qualitative, auf die begriffliche Bestimmung der Sache selbst gehende Untersuchung voranzugehen. So schreibt Goethe im Winter 1805/06 im Zusammenhang mit der Frage nach der Anzahl der Farben:

Man streitet oft und viel über die Zahl der Farben und zeigt dadurch, daß man nicht wohl überlege, wovon die Rede sei: denn da, wo die Natur so zarte und bedeutende Unterschiede in verwandte Erscheinungen gelegt hat, sollte mehr von Eigenschaften als von Zahlenverhältnissen die Rede sein. [*Zahl der Farben*; LA I 3, S. 438]

Die höchste Stufe der Naturwissenschaft ist erreicht, wenn der Mensch die Gegenstände der Natur nicht nur beschreiben und ordnen kann, sondern sich so mit deren Wesen verbindet, dass er dieses Wesen in seinem Innern zur Erscheinung bringen und anschauen kann. In der *Einleitung zu physikalischen Vorträgen* (1805) spricht sich Goethe darüber folgendermassen aus:

Wenn wir einen Gegenstand in allen seinen Teilen übersehen, recht fassen und ihn im Geiste wieder hervorbringen können, so dürfen wir sagen, daß wir ihn im eigentlichen Sinne und im höhern Sinne anschauen, daß er uns angehöre, daß wir darüber eine gewisse Herrschaft erlangen. [LA I 3, S. 416]

In ähnlicher Weise beschreibt Goethe diese höchste Erkenntnisstufe schon im Anschluss an seine botanischen Studien.

Die Umfassenden die man in einem stolzen Sinne die Erschaffenden nennen könnte verhalten sich im höchsten Grade produktiv, indem sie nämlich von Ideen ausgehen sprechen sie die Einheit des Ganzen schon aus und es ist gewissermaßen nachher die Sache der Natur sich in diese Idee zu fügen.
[LA I 10, S. 130]

Angewandte Mathematik

Die mathematische Methode ist deutlich zu unterscheiden von der angewandten Mathematik, wo mathematische Inhalte zur Beschreibung und Strukturierung von Phänomenen der sinnlichen Welt herangezogen werden. Über die mathematische Methode, insofern sie nicht angewandte Mathematik ist, hat sich Goethe ausschliesslich positiv geäussert.

Was die angewandte Mathematik betrifft, ist Goethes Urteil differenziert. Einerseits geht es ihm um eine klare Standortbestimmung der Mathematik, das heisst um den Nachweis, auf welchem Felde ihre Anwendung eine in der Natur der Sache liegende Berechtigung hat. Andererseits muss er, mit einem gewissen Recht, immer wieder auf die Beschränktheit der mathematischen Erkenntnismittel zur Erfassung der Natur in ihrer Gesamterscheinung und Vielseitigkeit hinweisen. Er bekämpft nichts so sehr wie den Ausschliesslichkeitsanspruch der angewandten Mathematik auf Gebieten, wo sie in seinen Augen nur eine periphere Bedeutung hat.

Goethe ging es vor allem um eine scharfe ideelle Trennung der verschiedenen Naturreiche. Jedem Bereich kommt seine eigene Methode zu. Was den unorganischen Bereich anbetrifft, so vertrat er vehement die Ansicht, dass die Physik etwa nicht allein das Geschäft des Mathematikers sein dürfe, das heisst dass es nicht darum gehen könne, nur mathematische Gesetze zur Beschreibung physikalischer Phänomene zuzulassen. Mit anderen Worten: Aus seinen Erfahrungen mit der Farbenlehre war es Goethe klar geworden, dass die «Naturlehre» oder die «physischen Wissenschaften» Bereiche umfassen, welche durch die Mathematik nicht in ihrem vollen Wesen erfasst werden können. Deshalb achtet er sorgfältig auf die entsprechenden Grenzziehungen. Seine Polemik richtet sich nicht grundsätzlich gegen eine Anwendung der Mathematik, sondern nur gegen deren ungerechtfertigte Ansprüche.

Goethe charakterisiert in seiner *Farbenlehre: Historischer Teil* deutlich die Tendenz seiner Zeit zur Mathematisierung der Physik, indem er erkennt: «daß eine Physik unabhängig von der Mathematik existiere, davon schien man keinen Begriff mehr zu haben» [*Konfession des Verfassers*; LA I 6, S. 425]. Umso mehr wurde es für Goethe zur Notwendigkeit, sich über die methodischen Grundlagen seines Unternehmens Rechenschaft abzulegen:

> Als getrennt muß sich darstellen: Physik und Mathematik. Jene muß in einer entschiedenen Unabhängigkeit bestehen und mit allen liebenden, verehrenden, frommen Kräften in die Natur und das heilige Leben derselben einzudringen suchen, ganz unbekümmert, was die Mathematik von ihrer Seite leistet und thut. Diese muß sich dagegen unabhängig von allem Äußern erklären, ihren eigenen großen Geistesgang gehen, und sich selber reiner ausbilden, als es geschehen kann, wenn sie wie bisher sich mit dem Vorhandenen abgibt und diesem etwas abzugewinnen oder anzupassen trachtet. [MR 573]

Goethes Idee einer klaren Sonderung von Mathematik und der sich am empirischen Raum orientierenden Physik erweist sich rückblickend als erstaunlich modern. Die ersten Jahrzehnte des 19. Jahrhunderts förderten eine Entdeckung zutage, die ohne eine solche klare Trennung nicht möglich gewesen wäre: die von Gauss, Bolyai und Lobatschewski entwickelte nichteuklidische Geometrie widerspricht dem naiven empirischen Tastraum.[5]

Die Trennung von Mathematik und Physik kann aber keine absolute sein, denn es fällt dem Mathematiker zu, alles das, «was der Zahl und dem Maß im höchsten Sinne unterworfen ist, zu regeln, zu bestimmen und zu entscheiden» [MR 710]. In der fünften Abteilung der *Farbenlehre: Didaktischer Teil* über die «Nachbarlichen Verhältnisse» führt Goethe aus, dass der Mathematiker durchaus die Farbenlehre fruchtbar ergänzen kann. «Man kann von dem Physiker, welcher die Naturlehre in ihrem ganzen Umfang behandeln will, verlangen, daß er Mathematiker sei» [§ 722; LA I 4, S. 212].

Das eigentliche Reich der angewandten Mathematik ist also das Feld der räumlichen Erscheinungen. Denn nur was räumlich erscheint,

---

5 Näheres hierzu findet sich in [15 und 16, S. 121f.].

kann gemessen, gezählt, gewogen werden. Farben sind aber keine bloss räumlichen Phänomene. Sie manifestieren sich nur zum Teil in räumlichen Gestalten und Prozessen und erweisen sich bloss in dieser Eigenschaft als der Messkunst zugänglich. Die das Messen und Zählen umfassende Kategorie ist die Quantität. Deshalb sagt Goethe:

Der Mathematiker ist angewiesen auf's Quantitative, auf alles, was sich durch Zahl und Maß bestimmen läßt, und also gewissermaßen auf das äußerlich erkennbare Universum. Betrachten wir aber dieses, in so fern uns Fähigkeit gegeben ist, mit vollem Geiste und aus allen Kräften, so erkennen wir, daß Quantität und *Qualität* als die zwei Pole des erscheinenden Daseins gelten müssen; daher denn auch der Mathematiker seine Formelsprache so hoch steigert, um, in so fern es möglich, in der meßbaren und zählbaren Welt die unmeßbare mitzubegreifen. Nun erscheint ihm alles greifbar, faßlich und mechanisch, und er kommt in den Verdacht eines heimlichen Atheismus, indem er ja das Unmeßbarste, welches wir Gott nennen, zugleich mitzuerfassen glaubt und daher dessen besonderes oder vorzügliches Dasein aufzugeben scheint. [MR 1286]

Reine Mathematik

Die Beschäftigung mit der reinen Mathematik empfindet Goethe als etwas Bedeutendes und Wertvolles für das menschliche Leben. So schreibt er in der *Farbenlehre: Historischer Teil*: «Die reine Mathematik ist nicht grob, verglichen mit der angewandten, ja sie ist vielmehr zarter und zuverlässiger» [LA I 6, S. 408]. Insbesondere lehrt sie den Menschen die reine Anschauung.

Gewöhnliches Anschauen, richtige Ansicht der irdischen Dinge ist Erbtheil des allgemeinen Menschenverstandes, *reines* Anschauen des Äußern und Innern ist sehr selten. [MR 533]

Es äußert sich [...] dieses symbolisch, vorzüglich durch Mathematik, in Zahlen und Formeln. [MR 534]

Die Bedeutung dieser Maximen erhellt sich aus der Tatsache, dass reines Anschauen zur Erfassung und Würdigung des Urphänomens, zum Beispiel in der Farbenlehre, notwendig ist. In diesem Sinne ist das Mathematisieren, getrennt von aller Anwendung, die beste Voraussetzung zur Erkenntnis von Grund- oder Urphänomenen sowie dem Umgang mit ihnen.

Welche Funktion Goethe der Mathematik als Bildungsmittel der menschlichen Seele zuspricht geht deutlich aus der folgenden zusammengehörigen Serie von Maximen und Reflexionen hervor, die wegen ihrer Bedeutung im vollen Wortlaut zitiert seien:

Verschiedene Sprüche der Alten, die man sich öfters zu wiederholen pflegt, hatten eine ganz andere Bedeutung, als man ihnen in späteren Zeiten geben möchte. [MR 653]

Das Wort, es solle kein mit der Geometrie Unbekannter, der Geometrie Fremder in die Schule des Philosophen treten, heißt nicht etwa, man solle ein Mathematiker sein, um ein Weltweiser zu werden. [MR 654]

Geometrie ist hier in ihren ersten Elementen gedacht, wie sie uns im Euklid vorliegt, und wie wir sie einen jeden Anfänger beginnen lassen. Alsdann aber ist sie die vollkommenste Vorbereitung, ja Einleitung in die Philosophie. [MR 655]

Wenn der Knabe zu begreifen anfängt, daß einem sichtbaren Puncte ein unsichtbarer vorhergehen müsse, daß der nächste Weg zwischen zwei Puncten schon als Linie gedacht werde, ehe sie mit dem Bleistift auf's Papier gezogen wird, so fühlt er einen gewissen Stolz, ein Behagen. Und nicht mit Unrecht; denn ihm ist die Quelle alles Denkens aufgeschlossen, Idee und Verwirklichtes, ‹potentia et actu› ist ihm klar geworden; der Philosoph entdeckt ihm nichts Neues, dem Geometer war von seiner Seite der Grund alles Denkens aufgegangen. [MR 656]

Goethe bleibt nicht beim blossen Postulat des erzieherischen Wertes der Mathematik für die Jugend stehen, sondern unternimmt, soweit es ihm möglich ist, konkrete Schritte zu dessen Realisierung. Auf das Gesuch eines jungen Mathematikers für eine Stelle als ausserordentlicher Professor in Jena schreibt er an Christian Gottlob Voigt am 29. Dezember 1798: «Da es eine wahre Wohltat für die Jugend ist Mathematik so viel als möglich zu verbreiten und zu erleichtern, so möchte sein Gesuch und seine Person wohl Aufmerksamkeit verdienen» [WA IV 13, S. 364].

In Erweiterung der ursprünglichen Intention von Plato notiert sich Goethe während des zweiten römischen Aufenthaltes seiner italienischen Reise am 5. Oktober 1787 in Albano in sein Reise-Tagebuch:

Plato wollte keinen [... mit der Geometrie Unbekannten] in seiner Schule leiden; wäre ich im Stande eine zu machen, ich litte keinen, der sich nicht irgend ein Naturstudium ernst und eigentlich gewählt. [WA I 32, S. 106f.]

Für Goethe ersetzt also ein wahres und ernsthaftes Naturstudium (bis zu einem gewissen Grade) die Übung in der mathematischen Methode anhand mathematischer Inhalte. Werden die Gesetzmässigkeiten der Natur nicht mit derselben Klarheit wie in der Mathematik entwickelt und durchdacht, so wird die Natur selbst für eine Korrektur ihrer nur unzulänglich erfassten Strukturen sorgen. Lässt man sich wirklich auf ihre Gesetze ein, so wird man zu derselben strengen Gedankenführung veranlasst wie in der Mathematik. Die Gewissheit der Mathematik liegt in der sich der reinen Anschauung erschliessenden inneren Notwendigkeit ihrer Gedankeninhalte begründet. Die Gewissheit der Naturgesetze offenbart sich in der Übereinstimmung der durch die reine Anschauung erfassten Gesetze mit den sinnlichen Phänomenen. Goethes Offenheit gegenüber verschiedenen Erziehungssystemen wird auch deutlich in folgender gesprächsweisen Äusserung zu Friedrich Wilhelm Riemer am 24. Juli 1807:

Die Bildung wird zwar von einem Wege (ins Holz) angefangen, aber auf ihm nicht vollendet. Einseitige Bildung ist keine Bildung. Man muß zwar von Einem Punkte aus-, aber nach mehreren Seiten hingehen. Es mag gleichviel sein, ob man seine Bildung von der mathematischen oder philologischen oder künstlerischen Seite her hat, wenn man sie nur hat; sie kann aber in diesen Wissenschaften allein nicht bestehen. Die Wissenschaften einzeln sind gleichsam nur die Sinne, mit denen wir den Gegenständen Face machen; die Philosophie oder die Wissenschaft der Wissenschaften ist der sensus communis. Aber so wie es lächerlich wäre, wenn einer das Sehen durch das Hören, das Hören durch das Sehen kompensieren und ersetzen wollte, sich bemühte, die Töne zu sehen statt zu hören: so ist es lächerlich, durch Mathematik die übrigen Erkenntnisarten zu kompensieren und vice versa, so in allen übrigen; oder es wird eine Phantasterei. [BH 2, S. 242f.]

Will man der Wissenschaft «eine Art von Ganzheit» geben, so muss man sie «notwendig als Kunst denken».

Um aber einer solchen Forderung sich zu nähern, so müßte man keine der menschlichen Kräfte bei wissenschaftlicher Tätigkeit ausschließen. Die Abgründe der Ahndung, ein sicheres Anschauen der Gegenwart, mathematische Tiefe, physische Genauigkeit, Höhe der Vernunft, Schärfe des Verstandes, bewegliche sehnsuchtsvolle Phantasie, liebevolle Freude am Sinnlichen, nichts kann entbehrt werden zum lebhaften fruchtbaren Ergreifen des Augenblicks, wodurch ganz allein ein Kunstwerk, von welchem Gehalt es auch sei, entstehen kann. [*Materialien zur Geschichte der Farbenlehre, Zweite Abteilung*; LA 16, S. 77]

In einem Gespräch mit Heinrich Luden am 19. August 1806 wundert sich Goethe sehr, dass dieser die Mathematik, «diese erste aller Wissenschaften, in welcher alles Gewissheit und Wahrheit ist, verlassen» hat, «um sich auf der Bahn der Geschichte zu versuchen» [BH 2, S. 116]. Denn in der Geschichte kann jeder seine eigene Meinung oder subjektive Wahrheit haben, «die mathematische Wahrheit aber ist für alle dieselbe» [BH 2, S. 121]. Auf die Frage Ludens, «warum eine geschichtliche Wahrheit weniger wahr sein sollte, als eine mathematische», antwortet Goethe, dass es nur darauf ankomme, «die Wahrheit herauszubringen. Könnte man die geschichtliche Wahrheit demonstrieren, wie die mathematische, so wäre aller Unterschied verschwunden; solange man das nicht kann, so lange wird wohl ein Unterschied bleiben, nicht zwischen dem, was wirklich wahr ist, sondern zwischen dem, was hier als wahr demonstriert, dort als wahr angenommen wird» [BH 2, S. 117]. Goethe scheint es also nicht auszuschliessen, dass man Geschichte gemäss der mathematischen Methode betreiben könne und dann alles in ihr ebenso gewiss wäre wie in der Mathematik.

Für Goethe ist es eine selbstverständliche Überzeugung, dass letztlich alle Wissenschaften die Gewissheit der Mathematik erreichen müssen, denn es lasse sich in der Wissenschaft «alles auf feste Prinzipien bringen, wie die *Mathematik*!» [BH 2, S. 1033]. Die Gewissheit der Mathematik ist die am leichtesten Erreichbare, sie ist die erste und nicht die letzte Stufe des wissenschaftlichen Denkens. Nur dadurch, dass sich die Mathematik auf das nur Notwendige, auf die minimalsten Voraussetzungen beschränkt, kann sie überhaupt zur Einsicht in ihre eigene innere Notwendigkeit kommen. Ihre Gewissheit ist also erkauft durch eine einschneidende Reduktion auf die ihrer Methode zugänglichen Begriffe:

Man hört, nur die Mathematik sei gewiß; sie ist es nicht mehr als jedes andere Wissen und Thun. Sie ist gewiß, wenn sie sich klüglich nur mit Dingen abgibt, über die man gewiß werden und in so fern man darüber gewiß werden kann. [MR 1389]

Das ist eben das Hohe an der Mathematik, daß ihre Methode gleich zeigt, wo ein Anstoß ist. [MR 1390]

In diesem Sinne kann man die Mathematik als die höchste und sicherste Wissenschaft ansprechen. Aber wahr kann sie nichts machen, als was wahr ist. [MR 1391]

MATHEMATISCHES DENKEN

Ein Beispiel mathematischen Denkens

Es ist für den hier behandelten Zusammenhang nicht wesentlich, an welches mathematische Beispiel angeknüpft wird. Da bei Goethe öfters von Zahlen die Rede ist, soll etwas aus der elementaren Zahlenlehre ausgewählt werden.

Wir betrachten zunächst die Reihe der positiven ganzen Zahlen 1, 2, 3, ..., die so genannten *natürlichen Zahlen*. Eine natürliche Zahl heisst *gerade*, wenn sie durch 2 teilbar ist, sonst *ungerade*. Eine natürliche Zahl heisst *prim*, wenn sie nur durch 1 und sich selber teilbar ist, das heisst wenn sie keinen echten Teiler besitzt. Zwei natürliche Zahlen p und q heissen *relativ prim* oder *teilerfremd*, wenn sie keinen gemeinsamen echten Teiler besitzen.

Eine echte Erweiterung des positiven Zahlenbereiches erhält man durch den Übergang zu den positiven *rationalen Zahlen*, die alle durch einen Quotienten p/q aus natürlichen teilerfremden Zahlen p und q darstellbar sind. Damit sind jedoch nicht alle Arten positiver Zahlen erschöpft: es gibt auch *irrationale Zahlen*, zum Beispiel $\sqrt{2}$. Dies wollen wir jetzt beweisen, da es nicht selbstverständlich ist.

Der auf das geometrische Lehrbuch des Euklid, die *Elemente*, zurückgehende Beweis der Irrationalität von $\sqrt{2}$ gehört nach übereinstimmender Überzeugung der meisten Mathematiker zu den schönsten, das heisst unter anderem zu den am leichtesten durchschaubaren Beweisen der Mathematik. Es handelt sich dabei um einen indirekten Beweis: Man nimmt an, $\sqrt{2}$ sei eine rationale Zahl und leitet daraus

einen Widerspruch zu bekannten (und durchschauten) Zahleneigenschaften ab.

Falls also $\sqrt{2}$ rational ist, so gilt $\sqrt{2} = p/q$ für teilerfremde p und q (denn gemeinsame Faktoren von p und q können *immer* weggekürzt werden). Aus $\sqrt{2} = p/q$ folgt durch Quadrieren $2q^2 = p^2$, also ist p^2 eine gerade Zahl (da $2q^2$ durch 2 teilbar ist) und damit auch p (da alle Quadrate ungerader Zahlen ungerade sind: $[2n+1]^2 = 4n^2 + 4n + 1$). Also kann man $p = 2r$ setzen, woraus sich ergibt: $p^2 = (2r)^2 = 4r^2 = 2q^2$, also $2r^2 = q^2$. Also ist auch q^2 und folglich q gerade und damit haben p und q den gemeinsamen Faktor 2. Die Annahme, $\sqrt{2}$ sei rational, führt demnach auf einen Widerspruch zur Teilerfremdheit von p und q.

Universeller Inhalt und individuelle Erlebbarkeit

In der Auseinandersetzung mit dem angeführten mathematischen Beispiel können zwei Phasen unterschieden werden.[6] In einem ersten Schritt erarbeitet man sich die eventuell neuen Begriffe und Argumente, oder bringt sich bereits Bekanntes, etwa durch Erinnerung, wieder zum Bewusstsein. Man vertraut zunächst dem Autor, was die Richtigkeit der Darstellung anbetrifft, und versucht sich auf die dargelegten Gedankengänge einzulassen. Bei Unsicherheit fragt man vielleicht noch Kollegen oder Freunde und konsultiert eventuell ein Lehr- oder Fachbuch oder das Internet.

Irgendwann tritt der Zeitpunkt ein, wo man sich nicht nur einfach auf die verschiedenen vorhandenen Darstellungen verlässt, sondern sie durch eigenes Denken prüft, in Beziehung bringt und gegebenenfalls korrigiert. Gelingt dies, so beginnt man die entwickelten Zusammenhänge selbständig zu durchschauen. Wir haben für diesen Prozess bewusst ein relativ einfaches Problem gewählt, bei welchem die Durchschaubarkeit nicht an der Komplexität der beteiligten Faktoren scheitern muss.

Den folgenden Betrachtungen liegt nur diese zweite Phase zugrunde, in welcher man sich durch eigentätiges Denken die Sachlage

6 Ausführlichere Darstellungen mit Diskussionen verschiedenster Einwände finden sich in [16, 18, 19].

vollkommen klar macht. Hier spielt letztlich weder der ursprüngliche Text, noch die Meinung von Freunden, Kollegen oder Experten eine Rolle. Ein «Durchschauen» oder «Einsehen», das sich auf irgendwelche nicht durchschaubaren oder nicht durchschauten Behauptungen, Gewohnheiten oder gar auf nicht hinterfragte Rituale abstützt, kommt hier nicht in Betracht. Auf jeden Fall kann von so etwas im Rahmen der Mathematik nicht Rede sein.

Erst wenn ich mir alles zu eigen gemacht habe, alles Fremde, bloss Hingenommene oder bloss automatisch, blind nach Regeln Vollzogene in selbständig Erarbeitetes und individuell Eingesehenes umgewandelt habe, durchschaue ich alle Komponenten und Zusammenhänge. Nur dann kann Sicherheit und Gewissheit entstehen. Alles andere ist nur Vorbereitung für eine selbständige Einsicht. Diese beruht nur auf *eigenem* Erleben und Urteilen. Nicht von mir getätigte Urteile haben hier nichts zu suchen: dies sind unverdaute Brocken, die ich entweder aussortieren oder als eigenständig erarbeitete Sachverhalte in den Gesamtzusammenhang integrieren muss.

Trotz der selbständig erarbeiteten Sachverhalte (Ideen, Gesetze) sind die letzteren keine Produkte dieser Tätigkeit: sie werden durch die Eigentätigkeit zur Erscheinung gebracht (ins Bewusstsein gehoben) aber nicht von diesem erzeugt. Dies kann an folgendem abgelesen werden: Erstens gibt es keinen unmittelbar in der oben besprochenen Denkerfahrung liegenden Grund für die Hypothese der subjektiven Erzeugung von Denkinhalten (Ideen, Gesetze) – im Gegenteil, die unmittelbare mathematische Denkerfahrung spricht eindeutig dagegen. Zweitens sind diese Inhalte immanent bestimmte Sachverhalte, welche in allein durch sie selbst bestimmten Beziehungen stehen, also nicht meiner Willkür unterliegen. Das Prinzip der geraden oder ungeraden Zahlen, die Gesetze der rationalen Zahlen etc. sind *nicht meine* Erfindungen, sondern der Denkerfahrung unmittelbar zugängliche Tatsachen oder Gegebenheiten. Um die tatsächliche, immanente und von meinem Subjekt unabhängige Bestimmtheit mit Sicherheit zu erkennen, brauche ich letztlich nicht die Zustimmung oder Bestätigung anderer Menschen. Ansonsten wären Einsicht und Klarheit grundsätzlich nichts anderes als spezielle Formen einer intellektuellen Abhängigkeit oder Ausdruck einer Gruppenideologie.

Man braucht nur seine eigene Erfahrung im Umgang mit mathematischen Denkinhalten: diese zeigt unmissverständlich die immanente Eigenbestimmtheit dieser Inhalte sowie deren Resistenz gegen jede Art von Willkür. Wenn Georg Cantor, der Begründer der mathematischen Mengenlehre, sagt, «das Wesen der Mathematik liegt gerade in ihrer Freiheit» [1, §8, S. 182], so bezieht sich dies nicht auf die vollkommene Beliebigkeit mathematischer Sachverhalte, sondern auf die (nicht durch künstliche Massnahmen einzuschränkende) Vielfalt mathematischer Beriffsbildungen und deren Bezüge untereinander. Was wie Willkür erscheint, offenbart nur die nicht so ohne weiteres auslotbare Reichhaltigkeit mathematischer Sachverhalte und deren Beziehungsgeflecht. Keine mathematische Argumentation, kein mathematischer Sachzusammenhang ist willkürlich im Sinne von regellos zusammengewürfelt: die beteiligten Inhalte müssen zumindest widerspruchsfrei sein.

Da mathematische Sachverhalte für ihr Dasein sowie zu ihrer Bestätigung oder Rechtfertigung keinerlei Bezug auf die sinnlich wahrnehmbare Erfahrungswelt bedürfen, können sie auch als *reine* oder *sinnlichkeitsfreie Denkinhhalte* oder *Ideen* bezeichnet werden und die entsprechende Denktätigkeit als *reines* oder *sinnlichkeitsfreies Denken.*[7]

Gelingt es, auch andere Ideeninhalte in derselben Art wie mathematische Ideen zu denken, so löst man sich von diesem speziellen Bereich der Ideenwelt, verlässt aber nicht das Prinzip des reinen oder sinnlichkeitsfreien Denkens. Man hat nur den Gegenstandsbereich erweitert, nicht jedoch die Qualität («mathematische Methode») der tätigen Erfahrbarkeit.

Freiheit des Geistes

Bisher war vorwiegend von mathematischen Sachverhalten in der Form von reinen Denkinhalten die Rede. Nun soll der Blick auf diese *Form des Daseins* gerichtet werden. Wir erinnern noch einmal daran, dass hier die Phase des vollkommenen Durchschauens eines Sachverhaltes ins Auge gefasst, also von allen dieses Durchschauen vorberei-

7 Siehe dazu [9, 11].

tenden Zustände abgesehen wird. In der Vorbereitungsphase kommen verschiedene psychische Ereignisse in Betracht, wie Einfälle, träumendes oder leicht abwesendes (entspanntes) Bewusstsein, vorstellungs- oder symbolartige Erfahrungen, Vermutungen, Ahnungen, etc. Dies im einzelnen zu untersuchen, gehört in eine Psychologie des mathematischen Entdeckens, die nicht Thema der vorliegenden Untersuchungen ist. Hier geht es nicht um Strategien des Suchens nach mathematischen Sachverhalten, sondern um die Betrachtung desjenigen Bewusstseinszustandes, der beim vollkommenen Durchschauen, am Ziel des Suchprozesses, gegenwärtig ist.

Auch wenn das subjektive Bewusstsein auf dem Wege dahin durch alles Mögliche beeinflusst, gefördert, gehemmt oder getrieben wird, so ist der schliesslich erreichbare Zustand ein vollkommen selbständiger (autonomer), selbstbeherrschter und selbstbestimmter. Dieser tätige Zustand ist selbständig und selbstbeherrscht, da es ausschliesslich vom Subjekt abhängt, ob es rein denken will oder nicht: es gibt kein Agens, das es zum *reinen Denken* treibt, kein Weltengetriebe, von dem es bloss ein Rädchen wäre: Innerhalb der mathematischen Denkerfahrung weist nichts auf eine solche Abhängigkeit hin – alles andere ist Spekulation, die nicht unmittelbar an diese Denkerfahrung anknüpft (siehe dazu auch weiter unten Abschnitt 4.1).

Damit erweist sich dieser Zustand des mathematischen Tätigseins als befreit von allen Fremdeinflüssen, sowie immanent, durch Setzen eigener Bedingungen, wohlbestimmt und damit als vollkommen selbstbestimmt, das heisst vom Selbst frei bestimmt. Dieses Freiheitserlebnis in seiner Unabhängigkeit und Wohlbestimmtheit begründet die Freiheitsfähigkeit des Menschen [8]. Es ist von hier aus gesehen keine Frage mehr, ob der Mensch unter bestimmten Bedingungen frei sein kann – er kann es, im Tätigkeitszustand des mathematischen Denkens. Wendet sich das denkende Tätigsein anderen als mathematischen Inhalten zu, und behält zugleich die an der Mathematik geschulte Qualität («mathematische Methode») bei, so kann der Befreiungs- und Freiheitsakt ebenfalls vollzogen werden.

Ob es dem Menschen gelingt, diesen Freiheitszustand öfters herzustellen und ihn auf andere Bereiche des tätigen Denkens und Tuns zu erweitern, ist kein prinzipielles Problem mehr, sondern eine Ent-

wicklungsfrage. Daraus kann auch entnommen werden, dass es beim Freiheitsproblem nicht darum gehen kann, ob der Mensch in allen Lebenslagen frei ist, oder sein kann, sondern um die Untersuchung der genannten Bedingungen, unter welchen der Freiheitszustand eintritt.

KONSEQUENZEN FÜR DIE AUFFASSUNG VON WISSENSCHAFT

Ideen als individuell-objektive Erfahrungsinhalte

Die mathematische Denkerfahrung macht deutlich, dass Ideen nicht Erzeugnisse eines subjektiven Bewusstseins sind. Sie müssen tätig erfahren werden. Für Goethe war klar, dass diese Erfahrung eine zur gewöhnlichen Sinneserfahrung hinzukommende Erfahrung neuer Art ist. In der *Einleitung zu physikalischen Vorträgen* (1805) spricht sich Goethe darüber folgendermassen aus:

> Wenn wir einen Gegenstand in allen seinen Teilen übersehen, recht fassen und ihn im Geiste wieder hervorbringen können, so dürfen wir sagen, daß wir ihn im eigentlichen Sinne und im höhern Sinne anschauen, daß er uns angehöre, daß wir darüber eine gewisse Herrschaft erlangen. [LA I 3, S. 416]

Wie weiter oben im Abschnitt 2.1 ausgeführt wurde, erfordert nun insbesondere die Erfassung des Urphänomens oder reinen Phänomens eine «Erfahrung der höheren Art». Dass es sich hier nicht nur um eine gewöhnlich-alltägliche Erfahrung handelt, sondern um einen besonderen Akt, wird aus einer Bemerkung Goethes an Eckermann vom 21. Dezember 1831 deutlich:

> Ein einfaches Urphänomen aufzunehmen, es in seiner hohen Bedeutung zu erkennen und damit zu wirken, erfordert einen produktiven Geist, der vieles zu übersehen vermag, und ist eine seltene Gabe, die sich nur bei ganz vorzüglichen Naturen findet. [E, S. 383]

Bereits im Abschnitt 3.2 wurde auf den Erfahrungscharakter mathematischer Sachverhalte (Ideen, Gesetze) hingewiesen. Dieser unterscheidet sich grundlegend von demjenigen der Sinneserfahrung: während die Sinneserfahrung in ihrem unmittelbaren Auftreten zum einen

ohne bewusste unmittelbare Tätigkeit des Subjekts auftaucht und zum anderen keinen direkt ohne weitere Hilfsmittel durchschaubaren Inhalt darbietet, tritt dagegen die Denkerfahrung nur durch individuelle Tätigkeit auf und erweist sich im ersten tätigen Auftreten (im Gegensatz zur Vorbereitung dieses Auftretens) bereits als vollkommen klar durchschaubarer Zusammenhang, der keiner weiteren Aufklärung durch aussergedankliche Mittel bedarf: es handelt sich um Erfahrungen konkreter Inhalte, die nicht durch das Subjekt erzeugt werden.

Beide Erfahrungsarten treten in der Form des Subjekts auf, sind in diesem Sinne *subjektiv erscheinend*, im einen Falle als Sinnesempfindungen und im anderen als tätig hervorgebrachte *Denk*inhalte (Begriffsform). Beide liegen aber ihrem Inhalt nach dem Subjekt als Tatsachen vor und sind in diesem Sinne *objektiv gegeben*.[8] Dieses Gegegebensein hat in beiden Fällen – abgesehen von der unterschiedlichen Erscheinungsweise – die Qualität des Widerständigen, des Eigenseins, das sich jedem Veränderungsanspruch eines wahrnehmenden bzw. denkenden Subjektes widersetzt: Ein Ton, eine Farbe bzw. ein Gedankeninhalt (Idee, Gesetz) können durch blosses Wahrnehmen bzw. Denken willkürlich auf keine Weise in ihrem unmittelbaren Gehalt verändert werden.

Daraus ergibt sich, dass die Gesamtheit des vom Menschen Erfahrenen (Welt) nicht nur die Erfahrungen der Sinne umschliesst, sondern auch Erfahrungen des Denkens, zumindest des mathematischen Denkens. Gelingt es, wie dies bereits Goethe und später Steiner[9] fordert, die Qualität des mathematischen Denkens auf das Denken überhaupt auszudehnen, so wird die Welt der Sinnes-Erfahrung durch eine mindestens so reichhaltige und «bunte» Welt der Denk-Erfahrung ergänzt.

---

8 Zur Objektivität der Sinneswahrnehmung siehe den vorangehenden Beitrag von Peter Heusser über «Goethe, die moderne Sinnesphysiologie und das Leib/Seele-Problem», S. 435 ff.

9 Siehe etwa [9, 11].

Geisteswissenschaft

In den klassischen Geisteswissenschaften beschäftigt man sich üblicherweise mit *Produkten* des menschlichen Geistes. Als Erfahrungsmaterial dienen Überlieferungen verschiedenster Art, die von einmal aktuell gewesenen geistigen Produktionen Kunde geben. Die Überlieferungen (geschriebene Dokumente, Bilder, Plastiken, Bauwerke, Bücher, etc.) werden in den meisten Fällen mit den Mitteln der gewöhnlichen Sinne zu Kenntnis genommen. Streng genommen müsste man also von einer Wissenschaft des gewordenen, in physisch-sinnlichen Materialien (Medien) erstorbenen Geistes sprechen. Falls der Mensch nicht nur vergangene, vermittelte geistige Ereignisse zum Objekt seiner Untersuchungen machen kann, sondern auch gegenwärtige, unmittelbare geistige Erfahrungen mit einbeziehen kann, so muss es auch eine *Wissenschaft des aktuellen Geistes* geben.[10]

Im vorigen Abschnitt 4.1 wurde auf eine solche Erfahrung aufmerksam gemacht: die Vergegenwärtigung reiner (mathematischer) Denkinhalte. Diese Erfahrung ist nur aktueller Tätigkeit zugänglich: die Erinnerung gibt davon nur einen unzulänglichen Eindruck, durch welchen zudem die immanente Bestimmtheit sowie die Klarheit des autonomen Durchschauens nicht mehr gewährleistet ist. Was die Erinnerung (oder ein niedergeschriebener Text) bestenfalls leisten können, ist, einen Hinweis auf den einzuschlagenden Weg zu geben, wie der entsprechende Sachverhalt für ein individuelles Bewusstsein wieder vergegenwärtigt werden kann.

Mathematische Denkinhalte (Ideen, Gesetze) sind geistiger Natur aus verschiedenen Gründen.

1) Sie sind gemäss den Abschnitten 3.2 und 4.1 immanent bestimmte Erfahrungsinhalte mit einem Eigensein gegenüber der sie in Erscheinung bringenden Denktätigkeit.

2) Mathematische Denkinhalte sind unabhängig von physikalischen, chemischen oder biologischen Vorgängen oder Gesetzmässig-

10 Dies ist die Auffassung von Geisteswissenschaft bei [8, 9, 10, 11].

keiten. Dies zeigen die unmittelbar im reinen Denken auftretenden Tatsachen: hier kommen keine Sinneserfahrungen in Betracht. Zudem besteht keinerlei Notwendigkeit zur Berücksichtigung etwa neurophysiologischer Tatsachen oder Gesetzen zur Rechtfertigung mathematischer Begriffsbildungen oder Argumentationen.

Wenn hier eingewendet wird, dass wir ohne normal funktionierendes Gehirn nicht denken könnten und deswegen auch das mathematische Denken vom Gehirn abhängig sei, so trifft dies unsere Behauptung nicht. Aus der scheinbar nicht durch «normales» Denken gesteuerten Verhaltensweise eines gehirngeschädigten Menschen kann weder auf die Nicht-Existenz oder Nicht-Bewusstheit des Denkens noch auf das Prinzip der Erzeugung des Denkens, insbesondere der Denkinhalte, durch das Gehirn geschlossen werden. Denn weder für die eine noch die andere Behauptung liegt eine *unmittelbare* Beobachtung vor.

Um überhaupt zu einer auf Tatsachen beruhenden und begründeten Einsicht zu kommen, muss zumindest die Erfahrung des reinen Denkens vorliegen. Wie weiter oben ausgeführt, ergibt sich auf diese Weise: *Wenn* reines mathematisches Denken *stattfindet, dann* erweist es sich dem Inhalt nach als vom Gehirn *unabhängig*. Trifft die Voraussetzung aus irgendeinem Grund (Gehirnverletzung oder ähnliches) nicht zu, so kann das *Verhältnis* von mathematischem Denken und Gehirn wegen des Fehlens des einen Untersuchungsgegenstandes nicht untersucht werden und folglich auch keine in der individuellen Erfahrung gegründete Behauptung über deren gegenseitige Abhängigkeit oder Unabhängigkeit gemacht werden.

3) Mathematische Denkinhalte sind im weiteren auch unabhängig von seelischen Stimmungen und Gefühlen. Mathematik treibende Menschen können selbstverständlich starke Gefühle bei der Ausübung des mathematischen Denkens haben, oder es können zum Beispiel Gefühle eine wesentliche Rolle spielen in der Vorbereitung des reinen mathematischen Denkens. Gefühle haben aber *keine bestimmende Funktion* bezüglich der ideell-gesetzmässigen Zusammenhänge mathematischer Denkinhalte.

Das tätige «Sehen» reiner mathematischer Denkinhalte mit den «Augen des Geistes» kann als *mathematische* oder *wissenschaftliche Intui-*

tion bezeichnet werden. Sie begründet die Möglichkeit einer Wissenschaft aktuell anwesender geistiger Sachverhalte.[11]

Es kann sogar noch ein Schritt weiter gegangen werden. Sieht man nicht nur auf die mathematischen Denkinhalte selbst, sondern auch auf die dabei ausgeübte individuelle Tätigkeit der Hervorbringung (nicht Erzeugung) dieser Inhalte, so hat man es nicht nur mit einem geistigen Ereignisse in obigem Sinne zu tun, sondern zugleich mit dem Erlebnis einer geistigen Kraft – wenn auch zunächst nur der eigenen Denkkraft. Diese teilt mit den Denkinhalten ihre Unabhängigkeit von physisch-leiblichen und seelischen Prozessen. Dies erweitert die Möglichkeit von Geisteswissenschaft: sie kann nun auch Wissenschaft eines selbsttätigen Geistes sein.

Ideen als konstituierende Faktoren der Wirklichkeit: Ideenrealismus

Ist einmal der eigenständige Erfahrungscharakter mathematischer Sachverhalte sowie das sich daraus ergebende Eigensein derselben, ihr ontologischer Charakter, erkannt, so stellt sich unmittelbar die Frage, welche Funktion ihnen im Dasein, in der Welt, zukommt. In den von Menschen mit Hilfe mathematischer Gesetze und Prinzipien geordneten und gestalteten Bereichen (das ist zumindest die gesamte Technik) haben diese eine die entsprechenden Gebilde und Geräte konstituierende, das heisst unmittelbar aufbauende Funktion: sie sind die diesen Gegenständen wesentlich zugrunde liegenden Formen. Hier stellt sich die Frage nicht, ob es sich bloss um subjektive Regeln des Menschen handelt, mit denen er gemäss den Bedingungen seines Erkenntnisvermögens die Welt ordnet.

Die Sache sieht anders aus, wenn wir uns dem Problem des Naturerkennens zuwenden. Insofern dort mathematische Gesetze und Prinzipien auftauchen (und das ist heutzutage in reichem Ausmass der Fall) taucht das Problem auf, ob es sich dabei um wesentliche Form-

11 Für die Bedeutung des Ausdrucks «Sinn» muss dann eine entsprechende Erweiterung vorgenommen werden [siehe 7]. Den Ausdruck «Intuition» führt Steiner in diesem Zusammenhange in [8] ein.

prinzipien mit ontologischer Funktion handelt, oder bloss um Modelle menschlichen Ursprungs, welche die entsprechenden Prozesse hinreichend genau simulieren lassen. Aufgrund des ontologischen Charakters mathematischer Sachverhalte liegt es jedoch nahe, diesen Gesetzen und Prinzipien einen für die Naturprozesse konstitutiven Charakter zuzuschreiben, sie als real das Naturgeschehen mitbestimmende Prinzipien aufzufassen. Dies ist die Grundlage des sogenannten *Ideen-* oder *Begriffsrealismus*, der die vom Menschen im Erkenntnisprozess zur Erscheinung gebrachten, die Naturerscheinungen ordnenden Gedanken und Ideen nicht dem Bereich der Spekulation (oder moderner: der Modellbildung und Simulation) zuordnet, sondern in diesen die Naturprozesse real bedingende Formen sieht.[12] Daraus folgt natürlich nicht, dass der individuelle Erkenntnisvorgang ohne weiteres und fehlerfrei sachgemässe Naturprinzipien zu Tage fördern muss, sondern dass man zunächst nur die dabei erarbeiteten Gesetzmässigkeiten nicht von vornherein als ausserhalb der Natur liegend betrachtet.

Gelingt es, Ideen in derselben präzisen und überschaubaren Form wie in der Mathematik auf anderen Feldern der Wissenschaft auszubilden, etwa im Bereich der Prinzipien der Farben- und Lichtlehre (Urphänomene) oder der biologischen Morphologie (Typus Urpflanze, Urtier), so kann die Konzeption des Ideenrealismus den gesamten Naturwissenschaften (und natürlich der oben besprochenen Geisteswissenschaft) zugrunde gelegt werden.[13]

---

12 Damit fällt ein interessantes Licht auf die viele Wissenschaftsphilosophen irritierende Tatsache des umfassenden Erfolges mathematischer Begriffsbildungen vor allem in der Physik; siehe dazu [14].

13 Dies ist die Konsequenz der erkenntniswissenschaftlichen Fundierung der anthroposophischen Geisteswissenschaft durch Steiner [7, 8, 10, 11]. Siehe dazu auch den folgenden Beitrag von Peter Heusser über «Goethe und Rudolf Steiner, Naturwissenschaft und Geisteswissenschaft». – Für eine Anwendung dieser Überlegungen im Bereich der Humanbiologie siehe [3].

ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Die vielfältige und umfassende Persönlichkeit Goethes mit seinen weitreichenden Interessen und Studien ermöglichte einen unvoreingenommenen Blick auf das Wesen der Mathematik. Trotz seiner sehr eingeschränkten Kenntnisse konkreter mathematischer Sachverhalte, gelingt es Goethe, entscheidende Wesenszüge des mathematischen Denkens und dessen Anwendung in den Naturwissenschaften ins Auge zu fassen. Er erkennt, dass die strenge Denkweise der Mathematiker fruchtbar gemacht werden kann für Ideenbildungen in aussermathematischen Bereichen und damit auch in anderen Gebieten Klarheit und Prägnanz möglich ist – auch ohne direkte Anwendung mathematischer Gesetze.

Im weiteren bemerkt Goethe, dass das mathematische Denken eine die Sinneserfahrung ergänzende, eigenständige Erfahrung ist, die genauso Kunde vom Weltinhalt gibt wie Sehen, Riechen, Hören, etc. Sie tritt zwar nur bei individuell denkenden Menschen auf, ist ihrem Inhalt nach jedoch vom Subjekt unabhängig. Mit dieser Auffassung der Mathematik ebnet Goethe auch den Weg zu einem autonomen Selbstverständnis des Menschen, welches im mathematischen Denken eine Realisierung des selbständigen, sich selbst frei bestimmenden menschlichen Individuums sieht.

Dieses Selbstverständnis ist jedoch keine selbstverständliche Folge nützlichkeitsorientierten mathematischen Denkens, sondern bedarf einer Aufmerksamkeit, die sich nicht bloss auf mathematische Sachverhalte richtet, sondern auch die Qualitäten dieses Denkens (und seiner möglichen Erweiterungen) selbst untersucht.

Man wird dabei entdecken können, dass die Pflege eines solchen selbstbewussten (mathematischen) Denkens zu ganz anderen Prioritäten im Kulturleben führen kann: Kulturfortschritt bedeutet dann nicht mehr notwendigerweise technischen Fortschritt sowie Erweiterung und Anwendung technischer Errungenschaften auf möglichst viele Bereiche des Lebens (bis hin zur Erziehung von Kleinkindern) – sondern kann auch Erweiterung und Vertiefung des Bewusstseinshorizontes bedeuten, wo der Mensch sich seiner Stellung in der Welt sowie seiner Verantwortung über sein Denken und dessen Auswirkun-

gen gewahr wird. Dadurch wird es möglich werden, dass jeder Mensch seine tätige individuelle Eigenart bewahrt und sich doch ganz mit dem gegenwärtigen Weltgeschehen, bis hin zu allen Bereichen der Technik, verbindet.

ABKÜRZUNGEN

[WA] *Goethes Werke. Weimarer Sophienausgabe*, Weimar 1887–1919; Abteilung I: Werke; Abteilung II: Naturwissenschaftliche Schriften; Abteilung III: Tagebücher; Abteilung IV: Briefe

[LA] Goethe, *Die Schriften zur Naturwissenschaft. Leopoldina-Ausgabe*, Weimar 1947ff.; Abteilung I: Texte; Abteilung II: Ergänzungen und Erläuterungen

[NS] *Goethes Naturwissenschaftliche Schriften*. Herausgegeben v. R. Steiner, Berlin/Stuttgart 1883–1897. Reprint: Dornach 1975 (GA 1a–e)

[MR] Goethe, *Maximen und Reflexionen*, herausgegeben von Max Hecker, Weimar 1907 (*Schriften der Goethe-Gesellschaft*, Band 21). Ergänzte Neuausgabe: Frankfurt 1975 (Die im Text angegebenen Zahlen beziehen sich auf Heckers Numerierung.)

[BH] *Goethes Gespräche*, herausgegeben von F. von Biedermann und W. Herwig, Zürich und Stuttgart 1965–1987

[E] Johann Peter Eckermann, *Gespräche mit Goethe in den letzten Jahren seines Lebens*, herausgegeben von H. H. Houben, Wiesbaden 1975 (26. Auflage)

[GA] Bibliographie-Nr. der *Rudolf Steiner Gesamtausgabe*, Rudolf Steiner Verlag, Dornach 1955ff.

LITERATUR

[1] CANTOR, G. [1883]: *Über unendliche lineare Punktmannigfaltigkeiten, Nr. 5: Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre*. In: *Mathematische Annalen*, Band 21, 1883, S. 545–586. In: Georg CANTOR: *Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts*. Hildesheim 1966, S. 165 bis 209

[2] GRAUERT, H. [1986]: *Was erforschen die Mathematiker?* In: Akademie der Wissenschaften und der Literatur, Mainz, *Abhandlungen der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Klasse*, Nr. 3

[3] HEUSSER, P. [1989]: *Das zentrale Dogma nach Watson und Crick und seine Widerlegung durch die moderne Genetik*. In: *Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft in Basel*, Band 99, S. 1–14

[4] RADBRUCH, K. [1989]: *Mathematik in den Geisteswissenschaften*. Göttingen 1989

[5] RADBRUCH, K. [1997]: *Mathematische Spuren in der Literatur*. Darmstadt 1997

[6] STEINER, R. [1887]: *Goethe und die Mathematik.* NS 11 [GA 1b], S. LXVII bis LXIXI. In: STEINER 1987, S. 237–241

[7] STEINER, R. [1886]: *Grundlinien einer Erkenntnistheorie der Goetheschen Weltanschauung, mit besonderer Berücksichtigung von Schiller.* Dornach, 7. Aufl. 1979 [GA 2]

[8] STEINER, R. [1894/1918]: *Die Philosophie der Freiheit.* Dornach, 16. Aufl. 1995 [GA 4]

[9] STEINER, R. [1906]: *Mathematik und Okkultismus.* In: Johann van Manen (ed.): *Transactions of the First Annual Congress of the Federation of European Sections of the Theosophical Society*, Amsterdam 1906, S. 157–164. In: STEINER 1984, S. 7–18

[10] STEINER, R. [1917]: *Von Seelenrätseln.* Dornach, 5. Aufl. 1983 [GA 21]

[11] STEINER, R. [1918]: *Philosophie und Anthroposophie.* In: Steiner, R., *Durch den Geist zur Wirklichkeits-Erkenntnis der Menschenrätsel.* Berlin 1918, S. 5–49. In: STEINER 1984, S. 66–110

[12] STEINER, R. [1984]: *Philosophie und Anthroposophie. Gesammelte Aufsätze 1904–1923*, Dornach, 2. Aufl. 1984 [GA 35]

[13] STEINER, R. [1987]: *Einleitungen zu Goethes Naturwissenschaftlichen Schriften 1884–1897.* Dornach, 4. Aufl. 1987 [GA 1]

[14] WIGNER, E. [1960]: *The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences.* In: *Communications on Pure and Applied Mathematics*, Bd. 13, S. 1–14

[15] ZIEGLER, R. [1987]: *Die Entdeckung der nichteuklidischen Geometrie und ihre Folgen; Bemerkungen zur Bewusstseinsgeschichte des 19. Jahrhunderts.* In: *Elemente der Naturwissenschaft*, Nr. 47, 2/1987, S. 31–58

[16] ZIEGLER, R. [1992]: *Mathematik und Geisteswissenschaft. Mathematische Einführung in die Philosophie als Geisteswissenschaft.* Dornach 1992 (2., durchgesehene Aufl. 2000)

[17] ZIEGLER, R. [1993]: *Goethes Ideen zur Mathematik. Materialien zu Goethes Mathematikverständnis.* Dornach 1993

[18] ZIEGLER, R. [1996]: *Mathematik als Geisteswissenschaft. Philosophische Untersuchungen zur Bedeutung der Mathematik in Anknüpfung an Plato, Goethe und Steiner.* In: *Elemente der Naturwissenschaft*, Nr. 64, 1/1996, S. 1–21

[19] ZIEGLER, R. [XX]: *Mathematik als Kulturbeitrag: Philosophische Untersuchungen zur Bedeutung der Mathematik in Bildung und Kultur.* Unveröffentlicht

Peter Heusser
Herausgeber

Goethes Beitrag zur Erneuerung der Naturwissenschaften

Das Buch zur gleichnamigen Ringvorlesung
an der Universität Bern
zum 250. Geburtsjahr Goethes

Verlag Paul Haupt
Bern · Stuttgart · Wien

Danksagung

Für namhafte Beiträge zur Herausgabe dieses Buches möchte der Herausgeber an dieser Stelle seine Dankbarkeit gegenüber dem *Schweizer Verein Sampo-Initiative zur Förderung anthroposophischer Forschung und Ausbildung* sowie der *Rudolf Steiner Foundation*, USA, zum Ausdruck bringen, ganz besonders auch im Gedenken an seine grosszügige Gönnerin Hedwig Hohenberg (21. Januar 1904 – 9. Januar 2000), Spring Valley, New York.

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme:

Goethes Beitrag zur Erneuerung der Naturwissenschaften /
das Buch zur gleichnamigen Ringvorlesung an der Universität Bern /
Hrsg.: Peter Heusser. – Bern; Stuttgart; Wien: Haupt, 2000
ISBN 3-258-06083-5

Alle Rechte vorbehalten
Copyright © 2000 by Verlag Paul Haupt Berne
Jede Art der Vervielfältigung
ohne Genehmigung des Verlages ist unzulässig.

Leider konnten nicht alle Copyright-Inhaber
ausfindig gemacht werden. Bei Unstimmigkeiten
wenden Sie sich bitte an den Verlag.

Gestaltung und Satz: Atelier Mühlberg, Basel
Printed in Switzerland

Inhaltsverzeichnis

I BIOLOGIE DER PFLANZEN

Über die Notwendigkeit einer Erneuerung heutiger Wissenschaften – Der Beitrag von Goethes Wissenschaftsmethode 13
Peter Heusser

Goethe und die Wissenschaft vom Lebendigen 41
Ernst-Michael Kranich

Der Organismus als Subjekt in der Evolution: Die Wiederkehr des offenen Typus in der Pflanzenevolution 63
Wolfgang Hagemann

Goethes Urpflanze und der «Bauplan» der Morphologie 107
Manfrid Gädeke

Goethes Metamorphose der Pflanzen und die moderne Pflanzengenetik 131
Peer Schilperoord-Jarke

II BIOLOGIE VON TIER UND MENSCH

Evolution durch Retention –
Zur Makroevolution der ersten Landpflanzen,
der höheren Tiere und des Menschen 171
Wolfgang Schad

Die Zahnorganisation des Menschen –
Lebendige Morphologie und Physiologie
durch Goethes Methode 209
Armin Husemann

Der Mensch als Zentralwesen der Evolution.
Die Retardation des Menschen nach Louis Bolk
und das «Urtier» nach Goethe 233
Jos Verhulst

Die Idee der Evolution im 18. Jahrhundert
und die Stellung des Menschen in der Natur
bei Goethe und Herder 271
Wolfgang Proß

Typusidee und Genetik 313
Johannes Wirz

III MEDIZIN

Goethe – heilkundig 339
Frank Nager

IV CHEMIE, MINERALOGIE, PHYSIK/FARBENLEHRE

Goethe und die Chemie 359
Armin Scheffler

Goethes anschauende Urteilskraft,
die Systematik der Kristalle
und die Signatur der Plattentektonik in der Geologie 379
Hans-Ulrich Schmutz

Goethes Farbenlehre –
Eine experimentelle Einführung 397
Martin Schlüter

Goethes Farbenlehre und die moderne Physik 409
Johannes Kühl

V SINNESPHYSIOLOGIE, MATHEMATIK, GEISTESWISSENSCHAFT

Goethe, die moderne Sinnesphysiologie und das Leib/Seele-Problem 435
Peter Heusser

Goethe und die Mathematik als Kulturfaktoren 457
Renatus Ziegler

Goethe und Rudolf Steiner, Naturwissenschaft und Geisteswissenschaft 487
Peter Heusser

AUTOREN 519